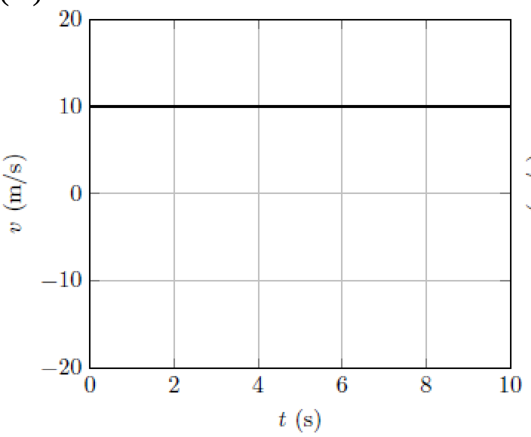
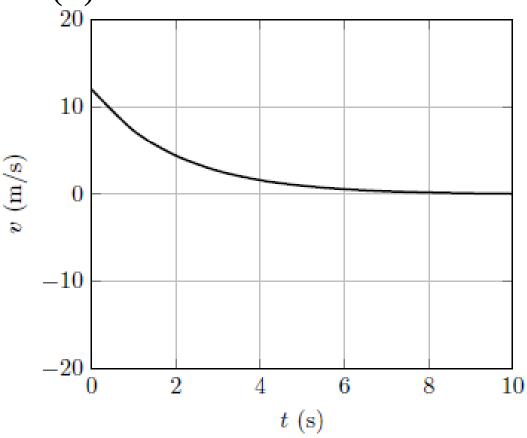


1. กราฟข้อใด แสดงอัตราเร็วกับเวลาของวัตถุที่ถูกขว้างขึ้นไปโดยมีแรงต้านอากาศ ได้ดีที่สุด

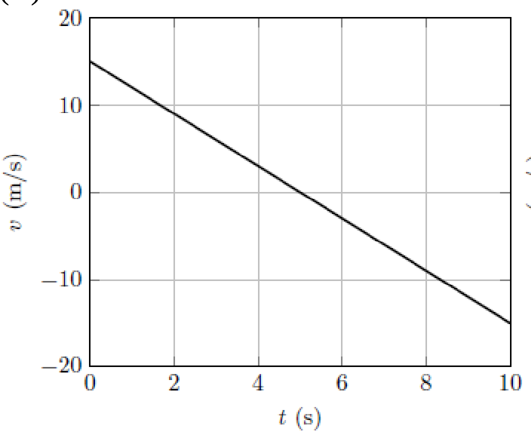
(A)



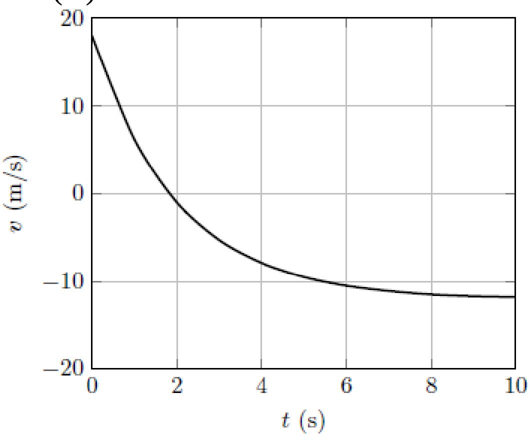
(B)



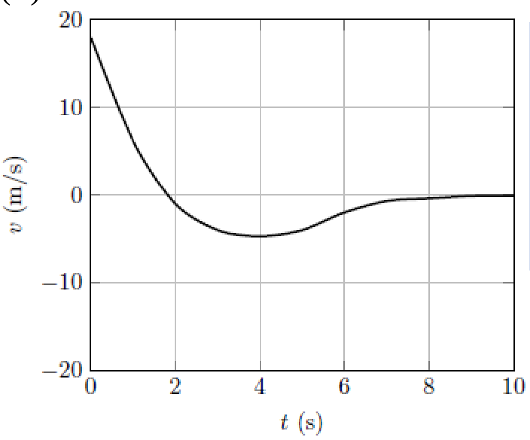
(C)



(D)



(E)



ตอบ (D)

ความเร็วสุดท้ายควรเป็นค่าคงที่และมีค่าเป็นลบ ทำให้ตัดตัวเลือกออกไปหมด จนเหลือแค่ข้อ (D) สังเกตว่า ขนาดของความเร่งควรจะลดลงด้วยเช่นกัน

2. มวล 3.0 kg เคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็ว 30 m/s พุ่งชนกับมวล 2.0 kg ที่เคลื่อนที่ไปทางซ้ายด้วยอัตราเร็ว 20 m/s หลังการชน จุดศูนย์กลางมวลของระบบจะเคลื่อนที่ไปด้วยอัตราเร็วเท่าใด

(A) 5 m/s
(B)10 m/s
(C) 20 m/s
(D) 24 m/s
(E) 26 m/s

ตอบ (B)

ความเร็วที่จุดศูนย์กลางของมวลจะถูกอนุรักษ์ด้วยกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ดังนั้น เราจึงไม่จำเป็นต้องคำนวณหาการชนที่เกิดขึ้น โดยก่อนชน โมเมนตัมสุทธิจะเท่ากับ 50 kg m/s และมวลสุทธิเท่ากับ 5 kg ดังนั้น อัตราเร็วที่จุดศูนย์กลางของมวลเท่ากับ 10 m/s

3. ให้บอลลูกแรกเคลื่อนที่ไปตามแกน x แล้วชนกับบอลลูกที่สองที่เดิมอยู่นิ่ง และมีมวลเท่ากัน แล้วหลังเกิดการชนข้อใดกล่าวผิด

(A) โมเมนตัมสุดท้ายสุทธิตามแกน x จะเท่ากับโมเมนตัมเริ่มต้นของบอลลูกแรก

(B) พลังงานจลน์สุทธิหลังเกิดการชน จะเท่ากับพลังงานจลน์เริ่มต้นของบอลลูกแรก

(C) โมเมนตัมสุดท้ายของลูกบอลทั้งสองตามแกน y ที่ถูกเพิ่มเข้ามาจะเป็นศูนย์

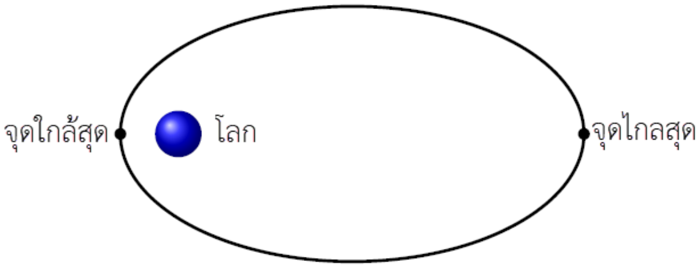
(D) อัตราเร็วสุดท้ายของจุดศูนย์กลางมวลของลูกบอลทั้งสอง มีค่าเท่ากับครึ่งหนึ่งของอัตราเร็วต้นของบอลลูกแรก

(E) ลูกบอลทั้งสองจะไม่สามารถหยุดนิ่ง หลังเกิดการชนกันได้

ตอบ (B)

ข้อ (A), (C) และ (E) เป็นจริง ตามกฎการอนุรักษ์โมเมนตัม ข้อ (D) เป็นจริง ตามผลลัพธ์ของ $p_{tot} = m_{tot} v_{CM}$ ส่วนข้อ (B) เป็นเท็จ เพราะการชนนั้นอาจ ไม่ยืดหยุ่นบางส่วน หรือ ไม่ยืดหยุ่นสมบูรณ์

4. ให้ดาวเทียมอยู่ในวงโคจรวงรีรอบโลก และเครื่องยนต์สามารถให้แรงดลค่าหนึ่งได้เพียงครั้งเดียว เพื่อให้ดาวเทียมได้พลังงานมากที่สุด แรงดลควรเป็นไปตามข้อใด



(A) ควรมีทิศตามความเร็วของดาวเทียม และใช้ขณะอยู่จุดใกล้สุด

(B) ควรมีทิศตามความเร็วของดาวเทียม และใช้ขณะอยู่จุดไกลสุด

(C) ควรมีทิศพุ่งเข้าหาโลก และใช้ขณะอยู่จุดใกล้สุด

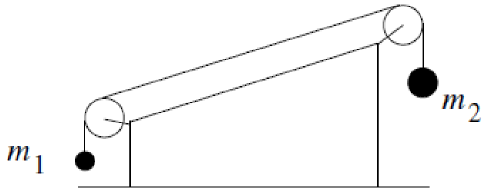
(D) ควรมีทิศพุ่งเข้าหาโลก และใช้ขณะอยู่จุดไกลสุด

(E) ควรมีทิศพุ่งออกจากโลก และใช้ขณะอยู่จุดไกลสุด

ตอบ (A)

ผลต่างความเร็ว Δv มีขนาดคงที่ เพราะพลังงานจลน์แปรผันตาม v^2 ซึ่งผลต่างที่มากที่สุดจะเกิดขึ้น เมื่อแรงดลขนานกับความเร็ว และความเร็วมากสุดจะขึ้นเกิดที่ จุดใกล้สุด

5. มวลสองอันถูกแขวนอยู่บนรอกด้วยเชือกเบา และรอกนั้นตั้งอยู่บนพื้นเอียง ดังรูป ถ้าทุกพื้นผิวไม่มีแรงเสียดทาน และมวลทั้งสองที่เดิมอยู่นิ่งถูกปล่อยออก แล้วพื้นเอียงจะเป็นไปตามข้อใด



(A) จะมีความเร่งไปทางซ้าย ถ้า $m_1 < m_2$

(B) จะมีความเร่งไปทางขวา ถ้า $m_1 < m_2$

(C) จะมีความเร่งไปทางซ้าย โดยไม่สนมวลที่ถูกแขวนไว้

(D) จะมีความเร่งไปทางขวา โดยไม่สนมวลที่ถูกแขวนไว้

(E) พื้นเอียงไม่เคลื่อนที่ไปไหน

ตอบ (E)
พื้นเอียงจะไม่เคลื่อนที่ไปไหน ซึ่งอธิบายได้หลายแบบ แต่เหตุผลง่ายๆ คือ ระบบนี้ไม่มีโมเมนตัมที่กระทำในแนวนอน มีเพียงแค่มวลที่เลื่อนขึ้นเลื่อนลง (ในเชือกไม่มีโมเมนตัมในแนวนอน เพราะเป็นเชือกเบา)

6. ลังใส่ของมวล m = 15 kg ถูกดันขึ้นไปบนทางลาดที่ความยาว 5.00 m และทำมุม 20° กับแนวราบ ด้วยแรง F = 1.00×10^3 N ในทิศที่ขนานกับทางลาด และแรงเสียดทานที่ต้านการเคลื่อนที่เท่ากับ f = 4.00×10^2 N ถ้าเดิมลังอยู่นิ่ง แล้วอัตราเร็วของลัง ณ จุดบนสุดของทางลาดเท่ากับข้อใด

(A) 4.24 m/s
(B) 5.11 m/s
(C) 7.22 m/s
(D) 8.26 m/s
(E) 9.33 m/s

ตอบ (A)

แรงโน้มถ่วงที่ขนานไปกับทางลาดและมีค่าเท่ากับ $-mg\sin\theta = -393$ N ทำให้ได้แรงสุทธิเท่ากับ 207 N สำหรับวัตถุที่มีมวล 115 kg ความเร่งจะเท่ากับ 1.8 m/s^2 และความเร็วจะเท่ากับ $\sqrt{2ad} = 4.24$ m/s

7. ให้รถมีความเร่งมากสุดเท่ากับ a_0 และความเร่งต่ำสุดเท่ากับ $-a_0$ แล้วเวลาสั้นสุดที่ทำให้รถที่เดิมอยู่นิ่งวิ่งไปหยุดที่ระยะทาง d เท่ากับข้อใด

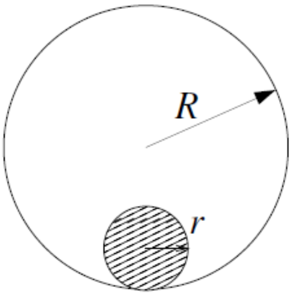
(A) $\sqrt{d/2a_0}$
(B) $\sqrt{d/a_0}$
(C) $\sqrt{2d/a_0}$
(D) $\sqrt{3d/2a_0}$
(E) $2\sqrt{d/a_0}$

ตอบ (E)

คำตอบข้อนี้จะใช้วิธีเร่งสูงสุดในครึ่งแรก และเบรกสูงสุดในครึ่งหลัง

เนื่องจากครึ่งแรกและครึ่งหลังใช้เวลา $\sqrt{d/a_0}$ เท่ากัน ดังนั้น เวลาทั้งหมดเท่ากับ $2\sqrt{d/a_0}$

8. แผ่นกลมรัศมี r กลิ้งอย่างสม่ำเสมอโดยไม่มีการไถล วนอยู่ภายในห่วงที่ถูกตรึงไว้ และห่วงมีรัศมี R ถ้าคาบการกลิ้งของแผ่นกลมเท่ากับ T แล้วอัตราเร็วขณะหนึ่งของจุดที่อยู่ตรงข้ามกับจุดที่แผ่นกลมสัมผัสกับห่วงเท่ากับข้อใด



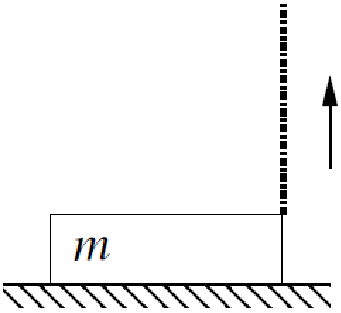
(A) $2\pi(R + r)/T$
(B) $2\pi(R + 2r)/T$
(C) $4\pi(R - 2r)/T$
(D) $4\pi(R - r)/T$
(E) $4\pi(R + r)/T$

ตอบ (D)

จุดศูนย์กลางของมวลของแผ่นกลมจะอยู่ห่างจากจุดศูนย์กลางห่วง $R - r$ และอัตราเร็วที่จุดศูนย์กลางของแผ่นกลมจะเท่ากับ $\omega (R - r) = (2\pi / T) (R - r)$ โดยอัตราเร็วของจุดที่อยู่ตรงข้ามกับจุดที่แผ่นกลมสัมผัสกับห่วงจะเป็นสองเท่าของอัตราเร็วที่จุดศูนย์กลางของแผ่นกลม โดยที่แผ่นกลมหมุนรอบจุดที่สัมผัสนั้นอย่างรวดเร็ว

ดังนั้น $v = 4\pi (R - r) / T$

9. แท่งไม้สม่ำเสมอมวล m เดิมวางราบอยู่บนพื้น ปลายด้านหนึ่งมีเชือกผูกไว้ เมื่อดึงเชือกขึ้นในแนวตั้งด้วยแรงตึงคงที่ F แล้วจุดศูนย์กลางมวลของแท่งไม้จะเคลื่อนที่ขึ้นด้วยความเร่ง $a < g$ แล้วแรงปกติ N ที่พื้นกระทำกับแท่งไม้ในอีกด้านที่ไม่ถูกยกขึ้น หลังจากที่แท่งไม้ด้านขวาถูกยกขึ้นเหนือพื้นดินเพียงนิดเดียว เท่ากับข้อใด



(A) $N = mg$
(B) $mg > N > mg/2$
(C) $N = mg/2$
(D) $mg/2 > N > 0$
(E) $N = 0$

ตอบ (B)

จากกฎข้อที่สองของนิวตัน จะได้การเคลื่อนที่ในแนวตั้งเท่ากับ

$$F + N - mg = ma$$

เมื่อเกิดทอร์กที่ปลายซ้ายของแท่งไม้ เราจะได้

$$\tau = FL - \frac{mgL}{2}, \quad I = \frac{1}{3}mL^2, \quad \alpha = \frac{a}{L/2}$$

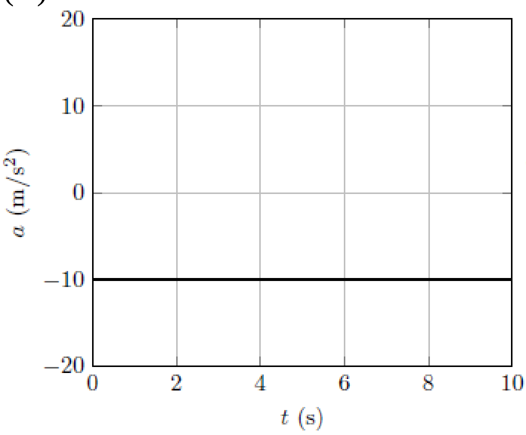
แก้สองสมการจะได้ N

$$N = \frac{1}{3}ma + \frac{1}{2}mg$$

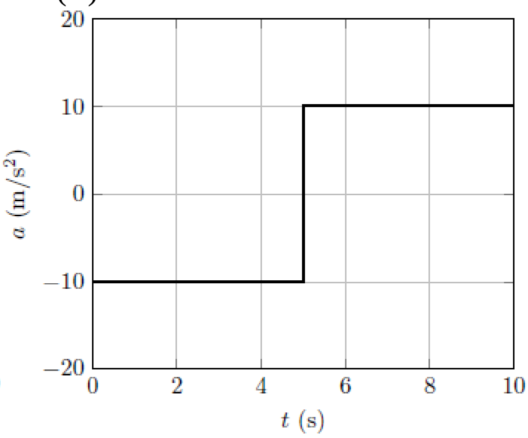
ซึ่งผลลัพธ์อยู่ในช่วงคำตอบของข้อ (B)

10. กราฟข้อใด แสดงความเร่งกับเวลาของวัตถุที่เคลื่อนที่ขึ้นไปโดยมีแรงต้านอากาศ ได้ดีที่สุด

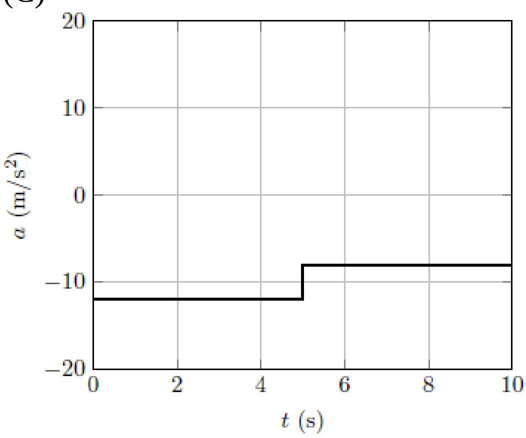
(A)



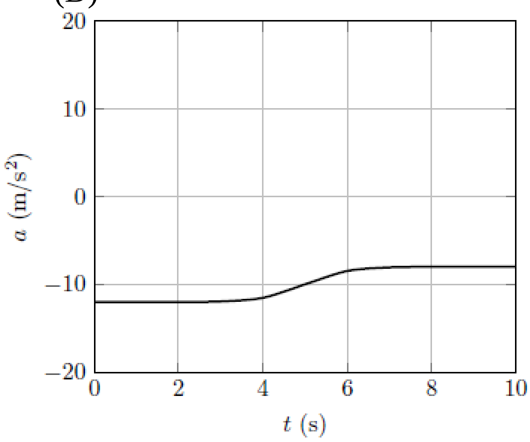
(B)



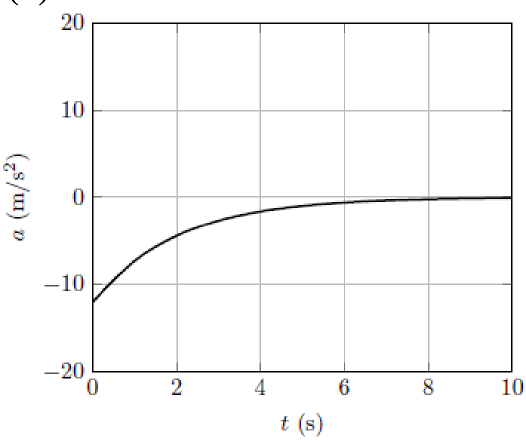
(C)



(D)



(E)



ตอบ (E)

ความเร่งควรสิ้นสุดลงที่ศูนย์ ตามความเร็วปลายของวัตถุ และกราฟควรเริ่มต้นด้วยค่าที่น้อยกว่า -10 m/s^2 เนื่องจากมีแรงต้านอากาศที่กระทำในทิศเดียวกับแรงโน้มถ่วง

11. ให้สปริงเบาในอุดมคติถูกตรึงปลายด้านหนึ่งไว้ ส่วนปลายอีกด้านติดมวลไว้ แล้วสปริงจะสั่นด้วยความถี่เชิงมุม ω ถ้าปลายสปริงถูกตรึงไว้ทั้งสองด้าน แล้วตัดแบ่งครึ่งเพื่อนำมวลไปติดไว้กึ่งกลางระหว่างสปริงทั้งสอง

แล้วความถี่เชิงมุมใหม่ของการสั่น จะเท่ากับข้อใด

(A) ω/2
(B) ω
(C) $\sqrt{2}$ω
(D) 2ω
(E) 4ω

ตอบ (D)

การแบ่งครึ่งสปริง จะทำให้ค่านิจสปริงเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า หมายความ ถ้าแรง F ยืดสปริงเดิมได้ระยะ x แล้วแรงนั้นจะยืดสปริงใหม่ได้ระยะ $x' = x / 2$ ซึ่งเป็นไปตาม $F = -kx$ โดย $k' = 2k$ จากโจทย์ระบบใหม่ประกอบด้วยสปริงสองอันที่มีค่านิจสปริงเป็นสองเท่าของสปริงเดิม แสดงว่าค่านิจสปริงของระบบจะเพิ่มขึ้นสี่เท่า เนื่องจากความถี่เชิงมุมเท่ากับรากที่สองของค่านิจสปริง ดังนั้น ความถี่เชิงมุมใหม่จะเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า

12. (เกินหลักสูตรการสอบเข้า สอวน.) นักเรียนกลุ่มหนึ่งต้องการวัดความเร่งโน้มถ่วงด้วยลูกตุ้มอย่างง่าย พวกเขาใช้ลูกตุ้มที่มีความยาว L = 1.00 ± 0.05 m และวัดคาบของการแกว่งในหนึ่งครั้งได้ T = 2.00 ± 0.10 s ถ้าสมมุติว่า ทุกความคลาดเคลื่อนมีการกระจายตัวแบบ Gaussian (มีการแจกแจงแบบปกติ) แล้วความเร่งโน้มถ่วงที่คำนวณจากผลการทดลองนี้ ควรได้ค่าตามข้อใด

(A) 9.87 ± 0.05 m/s^2
(B) 9.87 ± 0.15 m/s^2
(C) 9.9 ± 0.25 m/s^2
(D) 9.9 ± 1.1 m/s^2
(E) 9.9 ± 1.5 m/s^2

ตอบ (D)

จากสูตรคาบของลูกตุ้มจัดรูปใหม่จะได้ $g = 4\pi^2 L / T^2$ จากนั้นใช้ standard error propagation rules เพื่อหาค่าความคลาดเคลื่อน โดยใช้สูตรส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน ดังนี้

(A) ถ้า x มีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ $\Delta x / x$ แล้ว x^n จะมีความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์เท่ากับ $\Delta(x^n)/x^n = | n | \Delta x / x$

(B) ถ้ามีสองตัวแปรที่เป็นอิสระต่อกันคูณกันอยู่ ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์จะเท่ากับ

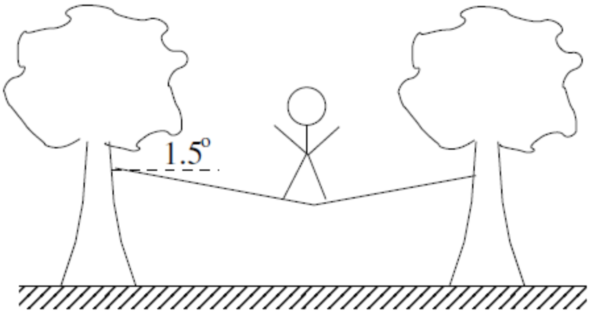
$$\frac{\Delta(xy)}{xy} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y}{y}\right)^2}$$

(C) ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์จะไม่เปลี่ยนแปลงตามการปรับขนาดของตัวแปร

ในกรณีนี้ ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ L เท่ากับ 5% ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ T เท่ากับ 5% และความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ $1/T^2$ เท่ากับ 10% ความคลาดเคลื่อนสัมพัทธ์ของ g เท่ากับ

$\sqrt{0.1^2 + 0.05^2} \approx 11\%$ ซึ่งตรงกับข้อ (D)

13. ให้เชือกเบามีเส้นผ่านศูนย์กลาง 2.54 cm (1 นิ้ว) ถูกแขวนในแนวราบ และอยู่ระหว่างต้นไม้สองต้นที่ห่างกัน 18.0 m แล้วนักไต่เชือกคนหนึ่งเดินไปที่จุดกึ่งกลางของเชือกและทำให้เกิดแรงตึง 7300 N จนเชือกหย่อนลงมาทำมุม 1.50° กับแนวราบ



จากมอดุลัสของยัง คือ อัตราส่วนของความเค้นส่วนความเครียด โดยความเค้น คือ แรงที่กระทำต่อหนึ่งหน่วยพื้นที่ และความเครียด คือ เศษส่วนของการเปลี่ยนแปลงความยาว $\Delta L/L$ แล้วมอดุลัสของยังของเชือกเท่ากับข้อใด

(A) 1.5×10^{6} N/m^2
(B) 2.0×10^{8} N/m^2
(C) 2.2×10^{9} N/m^2
(D) 2.4×10^{10} N/m^2
(E) 4.2×10^{10} N/m^2

ตอบ (E)

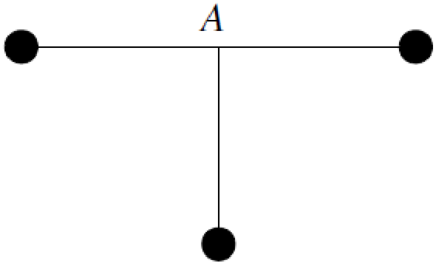
ความเครียดของเชือกเท่ากับ

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{L_0/\cos\theta - L_0}{L_0} = \frac{1}{\cos\theta} - 1 \approx \frac{\theta^2}{2}$$

จาก L_0 เป็นความนาวเริ่มต้น จะได้มอดุลัสของยังเท่ากับ

$$Y = \frac{7300\,\text{N}}{\pi(0.0127\,\text{m})^2}\left(\frac{(1.50\pi/180)^2}{2}\right)^{-1} = 4.2\times10^{10}\,\text{N/m}^2$$

14. ให้มวลที่เหมือนกันสามชิ้นเชื่อมกับคานแข็งแบบเดียวกัน และมีจุดหมุนที่จุด A เมื่อมวลก้อนล่างสุดถูกดันในแนวนอนเบาๆ ไปทางซ้าย จะเกิดการแกว่งด้วยคาบ T_1 เมื่อเปลี่ยนเป็นดันเบาๆ ที่ด้านหน้าแบบตั้งฉากกับกระดาษ จะได้คาบของการแกว่งเท่ากับ T_2 แล้วอัตราส่วน T_1/T_2 เท่ากับข้อใด



(A) 1/2
(B) 1
(C) $\sqrt{3}$
(D) $2\sqrt{2}$
(E) $2\sqrt{5}$

ตอบ (C)
ทั้งสองกรณีนั้นเป็นการเคลื่อนที่แบบลูกตุ้ม ซึ่งมีคาบแปรผันกับ $\sqrt{I / Mgx}$ โดย x คือ ระยะจากจุดหมุนถึงจุดศูนย์กลางมวล และ I คือ โมเมนต์ความเฉื่อยรอบจุดหมุน เนื่องจาก x เท่ากันทั้งสองกรณี จะได้ว่า $T_1 / T_2 \propto \sqrt{I_1/I_2} = \sqrt{3}$ ในกรณีที่สองนั้นเฉพาะมวลด้านล่างทำให้เกิดโมเมนต์ความเฉื่อย

15. ถ้ายานอวกาศที่อยู่ในวงโคจรวงกลมรอบโลก มีคาบในการโคจรยาวนาน เพราะได้รับผลกระทบจากแรงต้านอากาศ ซึ่งทำให้พลังงานสุทธิของยานอวกาศลง 1 J แล้วพลังงานจลน์ของดาวเทียมจะเป็นไปตามข้อใด

(A) จะเพิ่มขึ้น 1 J

(B) ยังคงเท่าเดิม

(C) จะลดลง $\frac{1}{2}$ J

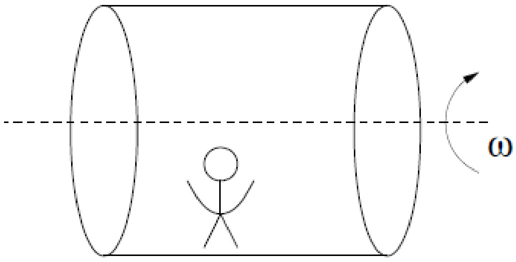
(D) จะลดลง 1 J

(E) จะลดลง 2 J

ตอบ (A)

แม้จะมีแรงต้าน (จากอากาศที่เบาบาง) ที่ทำให้ดาวเทียมเคลื่อนที่ช้าลงแต่ ดาวเทียมจะยังคงอยู่ในวงโคจรวงกลม ในวงโคจร พลังงานสุทธิจะเท่ากับ E = K + V โดยv = - 2K หรือ E = - K ถ้าพลังงานสุทธิลดลง ΔE แล้วพลังงานจลน์จะเพิ่มขึ้น ΔE

16. สถานีอวกาศทรงกระบอกสามารถสร้าง “แรงโน้มถ่วงเทียม” จากการหมุนด้วยความถี่เชิงมุม ω ให้พิจารณาในกรอบอ้างอิงที่สถานีอวกาศกำลังหมุน ถ้านักบินอวกาศเดิมยืนนิ่งอยู่บนพื้น และหันหน้าไปในทิศที่สถานีอวกาศกำลังหมุน แล้วเขากระโดดขึ้นในแนวตั้งเทียบกับพื้นด้วยอัตราเร็วต้นที่น้อยกว่าอัตราเร็วของพื้น แล้วหลังหลุดออกจากพื้น การเคลื่อนที่ของเขาเทียบกับพื้นของสถานีอวกาศจะเป็นไปตามข้อใด



(A) จะมีส่วนประกอบของความเร่ง ที่มีทิศชี้ไปยังพื้นเสมอ และจะตกกลับมาที่จุดเดิมที่เคยกระโดดขึ้น

(B) จะมีส่วนประกอบของความเร่ง ที่มีทิศชี้ไปยังพื้นเสมอ และจะตกกลับมาหน้าจุดเดิมที่เคยกระโดดขึ้น

(C) จะมีส่วนประกอบของความเร่ง ที่มีทิศชี้ไปยังพื้นเสมอ และจะตกกลับมาหลังจุดเดิมที่เคยกระโดดขึ้น

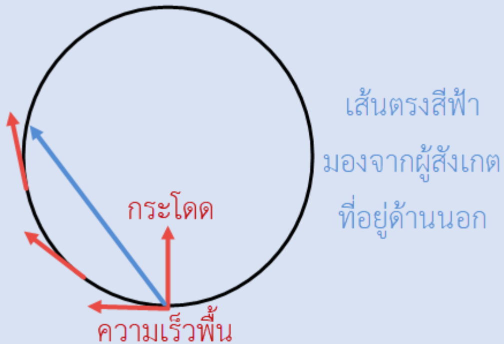
(D) จะมีส่วนประกอบของความเร่ง ที่มีทิศชี้ออกจากพื้นเสมอ และจะตกกลับมาหลังจุดเดิมที่เคยกระโดดขึ้น

(E) จะมีความเร่งเป็นศูนย์เมื่อเทียบกับพื้น และเขาจะไม่กลับมาสู่พื้นอีก

ตอบ (B)

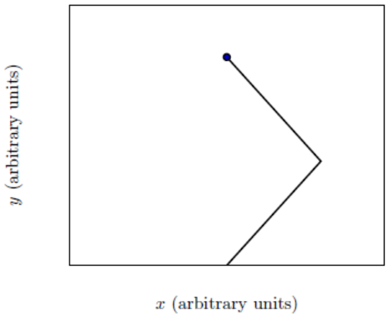
ในการหาคำตอบ เราอาจจะวาดทิศทางของนักบินในกรอบอ้างอิงเดิมโดยใช้เส้นตรงอย่างง่าย

โดยนักบินจะถึงพื้น ตรง 'ด้านหน้า' ของจุดที่กระโดดเสมอ

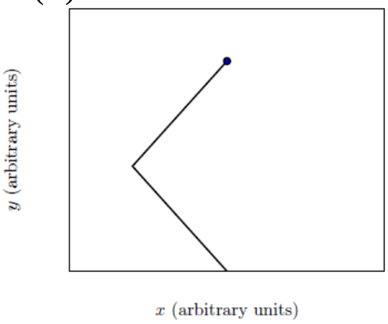


17. มีทรายร่วงลงมาเป็นสายจากเฮลิคอปเตอร์ที่เคลื่อนที่ไปทางขวาด้วยอัตราเร็วคงที่ v แล้วเปลี่ยนทิศกระทันหันไปทางซ้ายแล้วมีอัตราเร็วคงที่ v ถ้าไม่คิดถึงแรงต้านอากาศ แล้วรูปร่างของสายทรายที่มองเห็นจากพื้นดิน จะเป็นไปตามข้อใด ให้จุดสีดำ คือ เฮลิคอปเตอร์

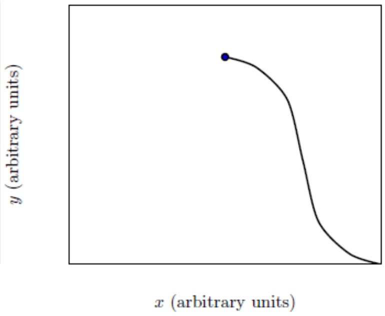
(A)



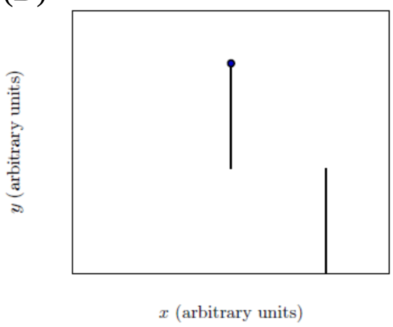
(B)



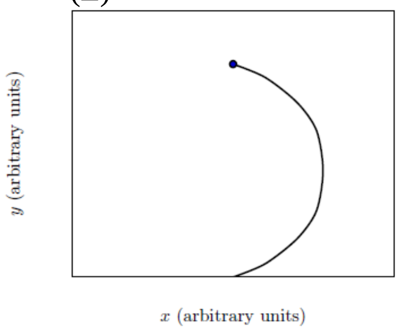
(C)



(D)



(E)



ตอบ (D)

ถ้าทรายร่วงลงมาจากเฮลิคอปเตอร์ที่บินด้วยความเร็วคงที่ แล้วทิศทางของสายทรายจะต้องร่วงลงมาเส้นตรงเหมือนเดิม ดังนั้น สายทรายที่เห็นควรเป็นเส้นตรงสองเส้นในแนวตั้ง (ไม่คิดแรงต้านอากาศ)

18. มวล m ติดกับคานบางยาว l ซึ่งสามารถหมุนเป็นวงกลมในแนวตั้งได้อย่างอิสระด้วยคาบ T แล้วผลต่างของแรงตึงบนคานขณะมวลแกว่งอยู่ที่ด้านบนของวงกลม กับที่ด้านล่างของวงกลมจะเท่ากับข้อใด

(A) $6mg^2T^2/l$
(B) $4\pi mg^2T^2/l$
(C) 6mg
(D) $\pi^2 ml / T^2$
(E) $4\pi ml / T^2$

ตอบ (C)

จะมีผลต่าง 2mg จากแรงโน้มถ่วงที่ต้านแรงดึงขณะมวลอยู่ที่ด้านล่างและด้านบน และผลต่างของแรงสู่ศูนย์กลางจะเท่ากับ $\Delta(mv^2/l) = 2\Delta K/l = 2(2mgl)/l = 4mg$ ดังนั้น ผลต่างทั้งหมด คือ 6mg

19. ให้ปริมาณฝนที่ตกมีความหนาแน่น n หยดต่อลูกบาศก์เมตร หยดฝนมีรัศมี r_0 กระทบพื้นด้วยอัตราเร็ว v_0 ความดันบนพื้นดินที่เกิดจากฝนเท่ากับ P_0 ถ้าปริมาณความหนาแน่นของฝนเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แต่หยดฝนมีรัศมีลดลงครึ่งหนึ่ง อัตราเร็วลดลงครึ่งหนึ่ง แล้วความดันใหม่จะเท่ากับข้อใด

(A) P_0
(B) $P_0/2$
(C) $P_0/4$
(D) $P_0/8$
(E) $P_0/16$

ตอบ (E)
ฝนแต่ละหยดจะมีมวล 1/8 และมีอัตราเร็ว 1/2 ดังนั้น จะมีโมเมนตัมเท่ากับ 1/16 และอัตราการตกลงสู่พื้นของทุกหยดจะเท่ากันหมด จากโจทย์ให้ความหนาแน่นเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า แต่ความเร็วลดลงครึ่งหนึ่ง แล้วความดันใหม่จะเท่ากับ $P_0/16$

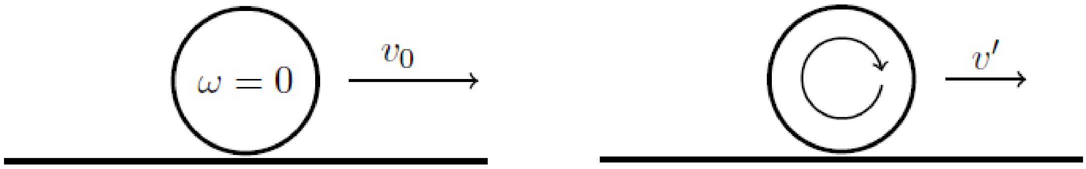
20. เมื่อยืดสปริงให้ยาวเป็นสองเท่าของความยาวตามปกติ จะมีพลังงานศักย์ U_0 ถ้าตัดสปริงครึ่งหนึ่ง แล้วนำแต่ละส่วนมายืดให้ยาวเป็นสองเท่าของความยาวตามปกติ แล้วพลังงานศักย์สุทธิของสปริงทั้งสองเท่ากับข้อใด

(A) $4U_0$
(B) $2U_0$
(C) U_0
(D) $U_0/2$
(E) $U_0/4$

ตอบ (C)

เราสามารถคำนวณโดยตรงจากสูตร $U = kx^2/2$ โดยสปริงที่ถูกตัดออกมาจะมีค่านิจสปริงเพิ่มขึ้นเป็นสองเท่า หรืออีกวิธีหนึ่งคือ คิดจากพลังงาน ซึ่งทั้งหมดจะถูกเก็บไว้ใน microscopically และใน microscopically แต่ละอันจะมีโมเลกุลเท่าเดิมไม่ว่าสปริงจะเต็มอันหรือเหลือแค่ครึ่งเดียว ดังนั้น แม้ว่าสปริงจะถูกตัดออกไปค่าที่ได้ก็จะต้องเท่ากัน

21. ลูกปิงปอง (ทรงกลมกลวง) มวล m อยู่บนพื้นและมีความเร็วต้น v_0 มีอัตราเร็วเชิงมุมเป็นศูนย์ที่เวลา t = 0 สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานระหว่างลูกปิงปองกับพื้นเป็น $\mu_s = \mu_k = \mu$ แล้วเวลาที่ลูกปิงปองจะเริ่มกลิ้งโดยไม่ลื่นไถลเท่ากับข้อใด



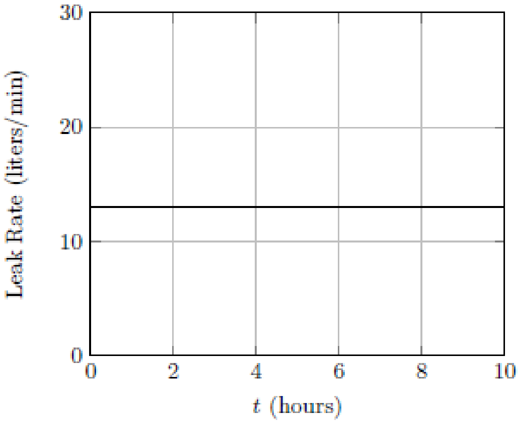
(A) $t = (2/5)v_0/\mu g$
(B) $t = (2/3)v_0/\mu g$
(C) $t = v_0/\mu g$
(D) $t = (5/3)v_0/\mu g$
(E) $t = (3/2)v_0/\mu g$

ตอบ (A)

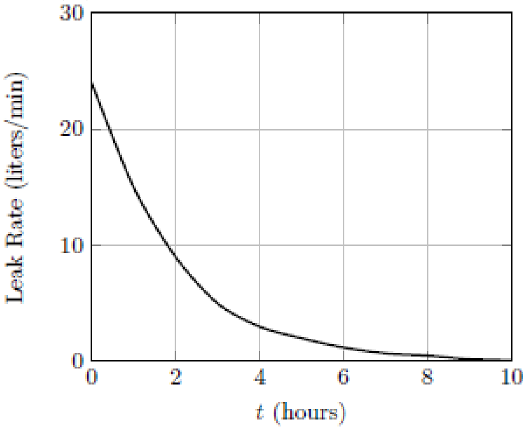
จากแรงเสียดทานเท่ากับ μmg ดังนั้น ความเร็วจะลดลง เป็น $\dot{v} = -\mu g$ ส่วนทอร์กที่กระทำที่จุดศูนย์กลางมวลจะเท่ากับ μmgR โดย R คือรัศมี ดังนั้น ความเร็วเชิงมุมจะเพิ่มขึ้น เป็น $\dot{\omega} = (3/2)\mu g/R$ การหมุนโดยไม่ไถลจะเกิดขึ้นเมื่อ $v = R\omega$ ดังนั้น $t = (2/5)v_0/\mu g$

22. เรือทรงสี่เหลี่ยมมุมฉากมีรูรั่วเล็กๆ อยู่ที่ใต้ท้องเรือ ทำให้มีน้ำไหลเข้ามา และเรือก็ค่อยๆจมลงในน้ำ แล้วกราฟข้อใดแสดงอัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้ามาในเรือเทียบกับเวลา (leak rate) ได้ดีที่สุด สมมุติให้ขณะจมลง เรือยังคงอยู่ในแนวราบ

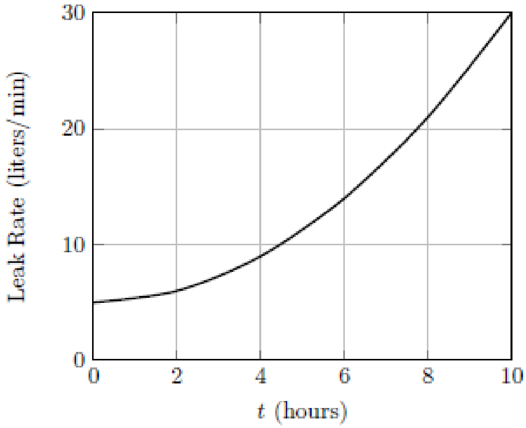
(A)



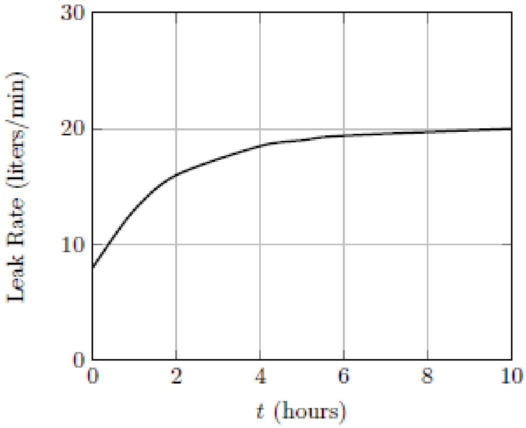
(B)



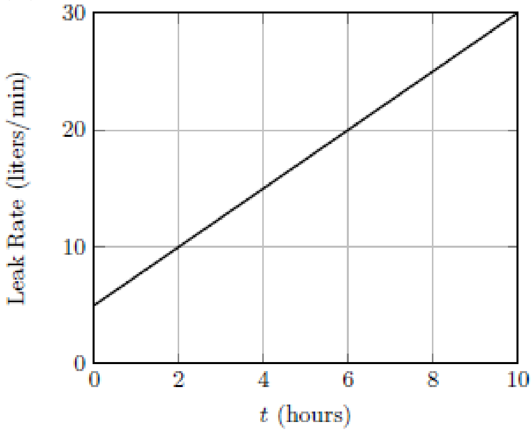
(C)



(D)



(E)

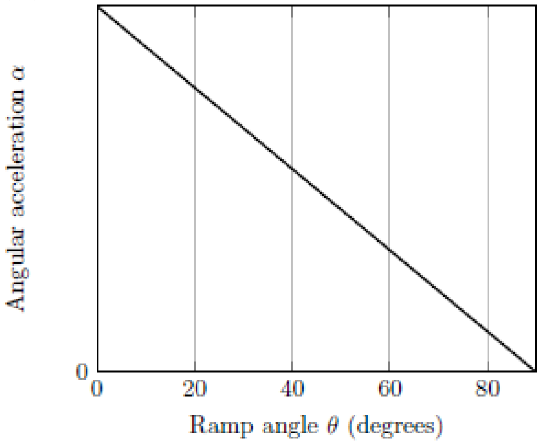


ตอบ (A)

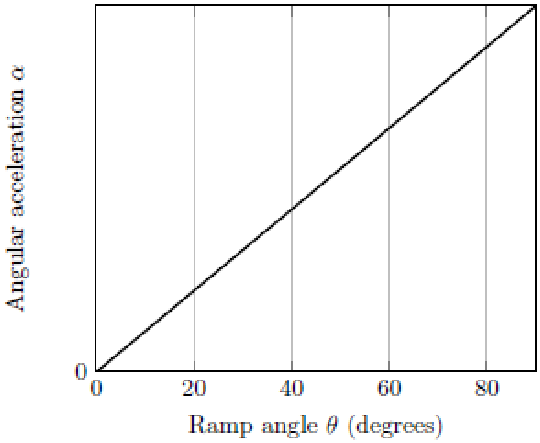
จากหลักของอาร์คิมีดีส ผลต่างของระดับน้ำด้านในและด้านนอกจะต้องเท่าเดิมเสมอ ดังนั้น แรงดันที่น้ำจะเข้ามาตามรูรั่วจะต้องคงที่ ตามหลักของแบร์นูลลี ดังนั้น อัตราการไหลของน้ำที่ไหลเข้ามาจะต้องคงที่

23. ให้สัมประสิทธิ์แรงเสียดทานจลน์สถิตระหว่างลูกบอลและทางลาดเท่ากับ $\mu_s = \mu_k = \mu$ ถ้าลูกบอลที่เดิมอยู่นิ่ง ถูกปล่อยลงมาจากด้านบนของทางลาด แล้วกราฟข้อใดแสดงความเร่งเชิงมุมของลูกบอลที่จุดศูนย์กลางมวล เทียบกับขนาดมุมของทางลาดได้ดีที่สุด

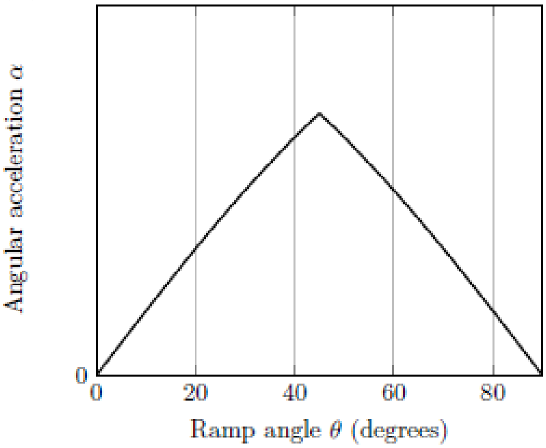
(A)



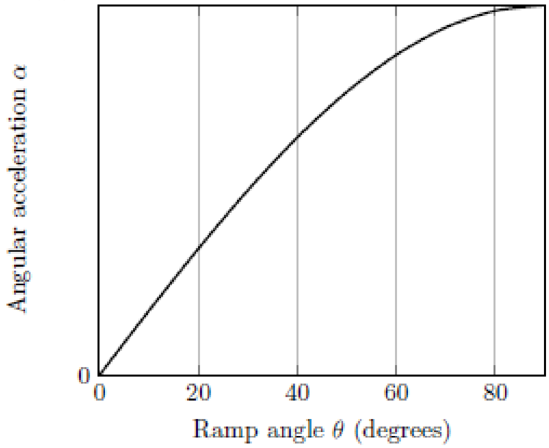
(B)



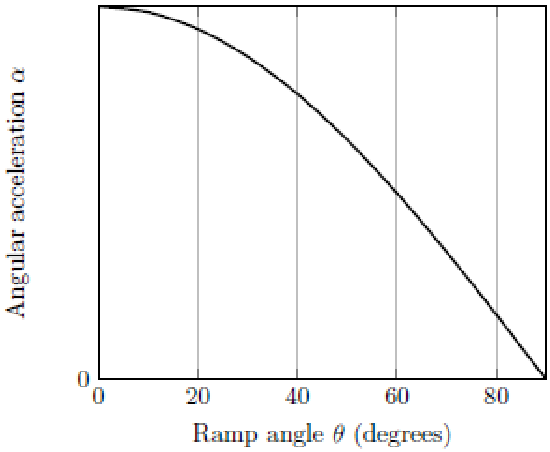
(C)



(D)



(E)



ตอบ (C)

ข้อนี้อาจหาคำตอบโดยใช้วิธี limiting cases สังเกตว่า ถ้าทางลาดนั้นราบไปกับพื้น ความเร่งเชิงมุมของลูกบอลก็จะเท่ากับ ศูนย์ และถ้าทางลาดนั้นตั้งฉากกับพื้น ลูกบอลก็จะไม่หมุนและมีความเร่งเชิงมุมเป็นศูนย์เช่นกัน

หรือใช้วิธีหาความเร่งเชิงมุมของลูกบอล สำหรับกรณีที่ลูกบอลกลิ้งโดยไม่ไถล ความเร่งจะเท่ากับ

$$g \sin\theta / (1 + I / MR^2) \propto \sin\theta$$

เมื่อมุมสูงมากพอก็จะเกิดการไถล โดยความเร่งเชิงมุมจะแปรผันตามแรงเสียดทานจลน์ ซึ่งเป็นสัดส่วนกับ $\cos\theta$

ดังนั้น กราฟจะมีส่วนที่เพิ่มขึ้นและลดลงเป็นโค้งเว้า และมียอดแหลม ณ จุดที่เกิดการไถล ซึ่งตรงกับข้อ (C)

24. ให้มวลติดที่ปลายด้านหนึ่งของคานแข็ง และอีกด้านของคานติดกับเพลาลื่นในแนวนอนที่สามารถหมุนได้รอบ 360° มวลถูกแขวนที่ปลายคาน และคานอยู่ในแนวตั้ง ให้มวลจะมีพลังงานจลน์เริ่มต้น K ถ้า K มีขนาดเล็กมาก มวลก็จะเปรียบเสมือนลูกตุ้ม เมื่อสั่นด้วยมุมเล็กๆ จะได้คาบของการแกว่ง T_0 แล้วกรณีที่ K เพิ่มขึ้น คาบของมวลจะเป็นไปตามข้อใด

(A) ยังคงเท่าเดิม

(B) เพิ่มขึ้น และเข้าใกล้ค่าหนึ่งที่หาค่าได้

(C) ลดลง และเข้าใกล้ค่าหนึ่งที่ไม่ใช่ศูนย์ และหาค่าได้

(D) ลดลง และเข้าใกล้ศูนย์

(E) ตอนแรกจะเพิ่มขึ้น แล้วลดลง

ตอบ (E)

เมื่อแอมพลิจูดเพิ่มเป็น π คาบก็จะลู่ออก ดังนั้น ช่วงแรกคาบจะเพิ่มขึ้น (หรืออีกวิธีหนึ่ง สังเกตว่า $\cos\theta$ ในจัตุภาคจะมีเครื่องหมายตรงกันข้าม ทำให้ลดแรงส่งกลับ และทำให้คาบเพิ่มขึ้น) ถ้าพลังงานเพิ่มขึ้นต่อไปอีก มวลก็จะวนในทิศทางเดียวตลอดไป แล้วคาบก็จะลดลง และเป็นค่าที่สามารถหาค่าได้

25. (เกินหลักสูตรสอบเข้า สอวน.) ก และ ข กำลังเขียนรายงานผลการทดลอง โดย ก วัดคาบของลูกตุ้มได้ 1.013 ± 0.008 s ในขณะที่ ข วัดได้คาบ 0.997 ± 0.016 s ซึ่งทั้งคู่สามารถสรุปข้อมูลที่ได้ตามวิธีต่อไปนี้

วิธีที่ 1 : ใช้ข้อมูลของ ก โดยไม่สนของ ข

วิธีที่ 2 : ใช้ค่าเฉลี่ยของข้อมูล ก และ ข

วิธีที่ 3 : ใช้ค่าเฉลี่ยถ่วงน้ำหนักของข้อมูล ก และ ข โดยถ่วงให้ ก มีน้ำหนักมากกว่า ข อยู่ 4 เท่า

ข้อใดสรุป ความคลาดเคลื่อนของผลลัพธ์ในแต่ละวิธี ได้ดีที่สุด

(A) วิธีที่ 1 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนวิธีที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด

(B) วิธีที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนวิธีที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด

(C) วิธีที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนวิธีที่ 1 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด

(D) วิธีที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนวิธีที่ 1 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด

(E) วิธีที่ 1 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด ส่วนวิธีที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด

ตอบ (B)

ให้ Δx เป็นความคลาดเคลื่อนในการวัดของ ก จะได้ ความคลาดเคลื่อนของ ข เท่ากับ $2\Delta x$

การหาความคลาดเคลื่อน โดยใช้สูตรส่วนเบี่ยงเบนมาตรฐาน จะมีกฎที่จำเป็น ดังต่อไปนี้

(A) การคูณด้วยค่าคงที่ : ถ้า x มีความคลาดเคลื่อน Δx แล้ว cx จะมีความคลาดเคลื่อน $c\Delta x$

(B) การเพิ่มตัวแปร : ถ้า x มีความคลาดเคลื่อน Δx และ y มีความคลาดเคลื่อน Δy โดยทั้งสองเป็นอิสระต่อกัน แล้ว $x + y$ จะมีความคลาดเคลื่อนเท่ากับ $\sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$

เราสามารถหาความคลาดเคลื่อนของทั้งสามวิธีได้ ดังนี้

วิธีที่ 1: Δx

วิธีที่ 2: $\sqrt{(\Delta x)^2 + (2\Delta x)^2} \,/\, 2 = (\sqrt{5}/2)\,\Delta x$

วิธีที่ 3: $\sqrt{(4\Delta x)^2 + (2\Delta x)^2} \,/\, 5 = (2/\sqrt{5})\,\Delta x$

ดังนั้น วิธีที่ 3 มีความคลาดเคลื่อนต่ำที่สุด (ในทางปฏิบัติ) ส่วนวิธีที่ 2 มีความคลาดเคลื่อนสูงที่สุด